

Spis tez egzaminacyjnych dla cudzoziemców podejmujących studia 1 stopnia na kierunku Matematyka/Informatyka/Fizyka na podstawie decyzji administracyjnej rektora, który posiada zagraniczny dokument o wykształceniu (z wyłączeniem dyplomów IB i EB) wydany w państwie nienależącym do UE, EFTA, OECD i nieobjęty postanowieniami umowy międzynarodowej

Kandydat:

I. Sprawność rachunkowa

1. Poprawnie wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych, również z wykorzystaniem kalkulatora.
2. Stosuje prawa działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych.
3. Wykorzystuje sprawność rachunkową do rozwiązywania problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji

1. Interpretuje oraz operuje informacjami przedstawionymi w różnych formach: tekstach matematycznych, popularnonaukowych, wykresach, diagramach i tabelach.
2. Posługuje się językiem matematycznym do tworzenia wypowiedzi matematycznych, w tym opisu rozumowań, uzasadniania wniosków oraz prezentacji danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

1. Posługuje się obiektami matematycznymi i prawidłowo interpretuje pojęcia matematyczne.
2. Dobiera i tworzy modele matematyczne do rozwiązywania problemów praktycznych i teoretycznych.
3. Konstruuje pomocnicze obiekty matematyczne w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
4. Potrafi wskazać konieczność lub możliwość modyfikacji modelu matematycznego, uwzględniając dodatkowe założenia, szczególne przypadki lub uwarunkowania.

IV. Rozumowanie i argumentacja

1. Prowadzi poprawne, także wieloetapowe rozumowania oraz odróżnia dowód od przykładu.
2. Rozpoznaje regularności, podobieństwa i analogie oraz potrafi na ich podstawie formułować i uzasadniać wnioski.
3. Dobiera adekwatne argumenty do uzasadnienia poprawności rozwiązania i buduje logiczny ciąg argumentów.

4. Tworzy i stosuje skuteczne strategie rozwiązywania zadań, również w sytuacjach nietypowych.

I. Liczby rzeczywiste.

1. Poprawnie wykonuje działania na liczbach rzeczywistych: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie i logarytmowanie.
2. Przeprowadza proste dowody z zakresu podzielności liczb całkowitych oraz reszt z dzielenia, w tym:
 - dowodzi podzielność przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
 - uzasadnia, że liczba dająca resztę 3 przy dzieleniu przez 4 nie może być kwadratem liczby całkowitej.
3. Stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków nieparzystych z liczb ujemnych.
4. Stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.
5. Rozumie i stosuje monotoniczność potęgowania
6. Postępuje się pojęciem przedziału liczbowego oraz zaznacza przedziały na osi liczbowej.
7. Stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej oraz rozwiązuje równania z wartością bezwzględną.
8. Wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, m.in. do:
 - obliczania procentów składanych,
 - wyznaczania zysków z lokat i kosztów kredytów.
9. Stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem oraz postępuje się wzorami:
 - logarytm iloczynu
 - logarytm ilorazu,
 - logarytm potęgi
9. Spełnia wszystkie wymagania określone dla zakresu podstawowego.
10. Stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu

II. Wyrażenia algebraiczne

1. Stosuje wzory skróconego mnożenia:
 - $(a + b)^2$,
 - $(a - b)^2$,
 - $a^2 - b^2$.
2. Dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych.

3. Wyłącza wspólny czynnik (jednomian) przed nawias z sumy algebraicznej.
4. Mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.
5. Dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$.
6. Rozkłada wielomiany na czynniki:
 - przez wyłączenie wspólnego czynnika,
 - metodą grupowania wyrazów.
7. Znajduje pierwiastki całkowite wielomianów o współczynnikach całkowitych.
8. Stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz własności symbolu Newtona
9. Stosuje wzory:
 - $(a + b)^3$,
 - $(a - b)^3$,
 - $a^n - b^n$,
 - $(a + b)^n$,
 - $(a - b)^n$.
10. Dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne.

III. Równania i nierówności

1. Przekształca równania i nierówności w sposób równoważny
2. Interpretuje równania i nierówności liniowe jako:
 - sprzeczne,
 - tożsamościowe.
3. Rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.
4. Rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.
5. Rozwiązuje równania wielomianowe $W(x) = 0$, dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.
6. Rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ oraz nierówności typu:

$$W(x) > 0, W(x) \geq 0, W(x) < 0, W(x) \leq 0$$

gdzie wielomian $W(x)$ został doprowadzony do postaci iloczynowej lub można go przekształcić do tej postaci przez:

- wyłączenie wspólnego czynnika,
 - grupowanie wyrazów.
7. Rozwiązuje równania i nierówności wymierne, które można sprowadzić do postaci liniowej lub kwadratowej.

8. Stosuje wzory Viète'a do analizy równań kwadratowych.
9. Rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną.
10. Analizuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrami. W szczególności:
 - wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od wartości parametru,
 - podaje warunki, przy których rozwiązania spełniają określone własności (np. znak, przynależność do przedziału),
 - formułuje rozwiązania zależne od parametru.
11. Rozwiązuje równania wielomianowe sprowadzalne do równań kwadratowych, w tym tzw. równania dwukwadratowe.
12. Rozwiązuje równania wymierne postaci $V(x)W(x) = 0$, $\frac{V(x)}{V(x)} = 0$.

IV. Układy równań

1. Rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi.
2. Interpretuje geometrycznie układy równań jako:
 - układy oznaczone (jedno rozwiązanie),
 - układy nieoznaczone (nieskończenie wiele rozwiązań),
 - układy sprzeczne (brak rozwiązania).
3. Stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.
4. Rozwiązuje układy równań:
 - liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi,
 - możliwych do przekształcenia do postaci równań liniowych lub kwadratowych, o stopniu trudności nieprzekraczającym poziomu szkoły średniej.

V. Funkcje

1. Rozumie pojęcie funkcji jako jednoznacznego przyporządkowania i potrafi je opisać:
 - słownie,
 - za pomocą tabeli wartości,
 - wzoru (również złożonego z różnych wyrażeń na różnych przedziałach),
 - graficznie (wykres).
2. Oblicza wartości funkcji zadanej wzorem algebraicznym dla podanych argumentów.
3. Odczytuje i interpretuje wartości funkcji zadanych:
 - wzorem,
 - wykresem,

- tabelą,
również w sytuacjach wymagających analizy wielu źródeł jednocześnie.
4. Odczytuje z wykresu funkcji:
 - dziedzinę,
 - zbiór wartości,
 - miejsca zerowe,
 - przedziały monotoniczności,
 - przedziały, w których funkcja spełnia nierówności względem zadanej,
 - największe i najmniejsze wartości w przedziale domkniętym oraz odpowiadające im argumenty.
 5. Interpretuje współczynniki we wzorze funkcji liniowej, w tym znaczenie współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego.
 6. Wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie:
 - wykresu,
 - informacji o jej własnościach (np. punktów przecięcia z osiami, miejsca zerowego, przyrostów).
 7. Szkicuje wykres funkcji kwadratowej danej wzorem.
 8. Interpretuje współczynniki we wzorze funkcji kwadratowej zapisanej:
 - w postaci ogólnej,
 - kanonicznej,
 - iloczynowej (jeśli istnieje).
 9. Wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu lub informacji o miejscach zerowych, wierzchołku i punktach charakterystycznych.
 10. Oblicza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w zadanym przedziale domkniętym.
 11. Interpretuje funkcje liniowe i kwadratowe w kontekstach geometrycznych, fizycznych i praktycznych (np. analiza ruchu, optymalizacja, zadania ekonomiczne).
 12. Przekształca wykres funkcji $y = f(x)$ w wyniku przesunięć wzdłuż osi:
 - $y = f(x - a)$ – przesunięcie w prawo/lewo,
 - $y = f(x) + b$ – przesunięcie w górę/dół.
 13. Posługuje się funkcją odwrotnie proporcjonalną $f(x) = ax$, $f(x) = \frac{a}{x}$, także przy analizie zagadnień praktycznych (np. czas–prędkość, praca–wydajność).
 14. Stosuje funkcje wykładnicze i logarytmiczne oraz interpretuje ich wykresy w kontekstach praktycznych, takich jak:

- wzrosty i spadki wykładnicze,
- obliczenia procentowe,
- zadania dotyczące czasu połowicznego rozpadu, lokat, kredytów.

15. Przekształca wykres funkcji $y = f(x)$ w wyniku odbić symetrycznych względem osi:

- $y = -f(x)$ – odbicie względem osi x ,
- $y = f(-x)$ – odbicie względem osi y .

16. Postępuje się złożeniem funkcji, tj. potrafi obliczyć i zinterpretować funkcję

17. Dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem

VI. Ciągi

1. Oblicza wyrazy ciągu zadanego wzorem ogólnym
2. Oblicza początkowe wyrazy ciągów zadanych rekurencyjnie
3. Rozpoznaje, czy dany ciąg jest rosnący, malejący lub stały, w prostych przypadkach.
4. Sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.
5. Stosuje wzory:
 - na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego
 - na sumę n pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego
6. Stosuje wzory:
 - na n -ty wyraz ciągu geometrycznego
 - na sumę n pierwszych wyrazów ciągu geometrycznego
7. Wykorzystuje właściwości ciągów arytmetycznych i geometrycznych do rozwiązywania zadań praktycznych i tekstowych, np. związanych z procentem składanym, ratami, wynagrodzeniami itp.
8. Oblicza granice ciągów liczbowych, w szczególności:
 - wykorzystuje standardowe granice
 - stosuje twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu ciągów zbieżnych,
 - stosuje twierdzenie o trzech ciągach.
9. Rozpoznaje zbieżność szeregów geometrycznych i potrafi obliczyć ich sumę, korzystając ze wzoru:

VII. Trygonometria

1. Zna i stosuje definicje funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens dla kątów w zakresie od 0° do 180° , w szczególności:
 - wyznacza wartości dla kątów: 30° , 45° , 60° .

2. Postępuje się podstawowymi tożsamościami trygonometrycznymi
3. Stosuje:
 - twierdzenie cosinusów,
 - wzór na pole trójkąta
4. Rozwiązuje trójkąty prostokątne – oblicza kąty i boki na podstawie dostępnych danych, także z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.
5. Stosuje miarę łukową kąta, przelicza stopnie na radiany i odwrotnie.
6. Zna i interpretuje wykresy funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens.
7. Wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych do upraszczania i rozwiązywania problemów.
8. Stosuje wzory redukcyjne
9. Zna i stosuje wzory:
 - na sumę i różnicę kątów
 - na funkcje kątów podwojonych
10. Rozwiązuje równania trygonometryczne.
11. Stosuje twierdzenie sinusów:
12. Rozwiązuje dowolne trójkąty – oblicza kąty i długości boków na podstawie dostępnych danych.

VIII. Planimetria

1. Wyznacza:
 - promienie i średnice okręgów,
 - długości cięciw i stycznych, m.in. z tw. Pitagorasa.
2. Rozpoznaje trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne na podstawie długości boków:
 - stosuje twierdzenie odwrotne do Pitagorasa,
 - stosuje twierdzenie cosinusów,
 - zna relację: większy kąt $\rightarrow$ dłuższy bok.
3. Rozpoznaje wielokąty foremne i stosuje ich własności (kąty, symetrie, podział na trójkąty równoramienne itd.).
4. Analizuje własności figur: prostokąty, równoległoboki, romby, trapezy – kąty, przekątne, symetrie.
5. Stosuje własności kątów wpisanych i środkowych w okręgach.
6. Zna i stosuje wzory:

- na pole wycinka koła,
 - na długość łuku okręgu.
7. Stosuje twierdzenie Talesa do wyznaczania proporcji w odcinkach i trójkątach.
 8. Rozpoznaje i stosuje cechy podobieństwa trójkątów.
 9. Wykorzystuje proporcje obwodów i pól figur podobnych.
 10. Rozpoznaje i wykorzystuje punkty szczególne w trójkącie:
 - środek okręgu wpisanego,
 - środek okręgu opisanego,
 - ortocentrum,
 - środek ciężkości.
 11. Przeprowadza dowody geometryczne.
 12. Stosuje funkcje trygonometryczne do:
 - wyznaczania długości odcinków w figurach,
 - obliczania pól figur płaskich.
 13. Stosuje własności:
 - czworokątów wpisanych w okrąg (suma przeciwległych kątów = 180°),
 - czworokątów opisanych na okręgu (równość sum przeciwległych boków).
 14. Stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa, np. do wnioskowania o równoległości prostych.

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej

1. Rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań (równoległe, przecinające się, pokrywające się) oraz potrafi wyznaczyć punkt przecięcia dwóch prostych, jeśli istnieje.
2. Postępuje się równaniami prostych w postaci:
 - kierunkowej,
 - ogólnej,
 - oraz wyznacza równanie prostej:
 - przechodzącej przez dwa punkty,
 - o danym współczynniku kierunkowym,
 - równoległej do innej prostej.
3. Oblicza odległość między dwoma punktami w układzie współrzędnych.
4. Zna i stosuje równanie okręgu

5. Wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach:
 - osiowych względem osi układu współrzędnych,
 - środkowej względem początku układu.
6. Wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu.
7. Wyznacza punkty wspólne dwóch okręgów.
8. Zna pojęcie wektora w układzie współrzędnych i potrafi:
 - obliczyć współrzędne i długość wektora,
 - dodawać wektory i mnożyć je przez skalar (zarówno analitycznie, jak i geometrycznie).
9. Wyznacza:
 - równanie prostej prostopadłej do zadanej,
 - równanie prostej stycznej do danego okręgu.

X. Stereometria

1. Rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, m.in. proste prostopadłe nieprzecinające się.
2. Postępuje się pojęciami:
 - kąt między prostą a płaszczyzną,
 - kąt dwuścienny między półpłaszczyznami.
3. Identyfikuje i oblicza kąty między odcinkami i ścianami w:
 - graniastopach i ostrostopach (np. kąt między krawędzią a przekątną).
4. Oblicza kąty i odcinki w:
 - walcach i stożkach (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą).
5. Oblicza:
 - objętości i pola powierzchni graniastopów, ostrostopów, walca, stożka i kuli,
 - także z wykorzystaniem trygonometrii.
6. Zna zależność między objętościami brył podobnych.
7. Stosuje:
 - twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny,
 - twierdzenie o trzech prostopadłych.
8. Wyznacza i analizuje przekroje:
 - sześcianu i ostrostopów prawidłowych,
 - oblicza ich pola (także z wykorzystaniem trygonometrii).

XI. Kombinatoryka

1. Zlicza liczby obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.
2. Stosuje:
 - regułę mnożenia i dodawania (także łącznie),
 - dla dowolnej liczby czynności
3. Oblicza liczbę sytuacji spełniających określone warunki, stosując:
 - reguły mnożenia i dodawania,
 - wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji.
4. Stosuje symbol Newtona i jego własności w problemach kombinatorycznych.

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

1. Oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym, czyli jako stosunek liczby zdarzeń sprzyjających do liczby wszystkich możliwych wyników (przy założeniu jednakowego prawdopodobieństwa każdego wyniku).
2. Oblicza:
 - średnią arytmetyczną oraz średnią ważoną dla zbioru danych,
 - medianę (wartość środkową),
 - dominantę (wartość najczęściej występującą).
3. Oblicza:
 - prawdopodobieństwo warunkowe,
 - stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa odwrotnego,
 - stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
4. Stosuje schemat Bernoulliego (rozkład dwumianowy) do modelowania liczby sukcesów w serii niezależnych doświadczeń losowych.

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy

1. Rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne, w których funkcja celu ma postać funkcji kwadratowej, np. maksymalizacja zysku lub minimalizacja kosztu.
2. Oblicza granice funkcji, w tym także granice jednostronne (z lewej lub z prawej strony danego punktu).
3. Stosuje własność Darboux (ciągłość funkcji i pośrednie wartości) do uzasadniania istnienia miejsc zerowych funkcji.
4. Zna i stosuje:
 - definicję pochodnej funkcji jako granicę ilorazu różnicowego,
 - interpretację geometryczną (pochodna jako współczynnik kierunkowy stycznej),

- interpretację fizyczną (pochodna jako prędkość zmiany wielkości w czasie).
5. Oblicza pochodne funkcji:
- potęgowej o wykładniku rzeczywistym,
 - z zastosowaniem twierdzeń o pochodnych:
 - sumy i różnicy,
 - iloczynu i ilorazu,
 - funkcji złożonej (reguła łańcuchowa).
6. Analizuje monotoniczność funkcji (czy funkcja rośnie, maleje, ma ekstremum lokalne) przy pomocy pochodnej.
7. Rozwiązuje zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej, np. znajdowanie maksymalnej objętości, minimalnej powierzchni, optymalnego czasu lub kosztu

Spis tez egzaminacyjnych dla cudzoziemców podejmujących studia 1 stopnia na kierunku Chemia na podstawie decyzji administracyjnej rektora, który posiada zagraniczny dokument o wykształceniu (z wyłączeniem dyplomów IB i EB) wydany w państwie nienależącym do UE, EFTA, OECD i nieobjęty postanowieniami umowy międzynarodowej

Kandydat:

I. Sprawność rachunkowa

4. Poprawnie wykonuje obliczenia na liczbach rzeczywistych, również z wykorzystaniem kalkulatora.
5. Stosuje prawa działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych.
6. Wykorzystuje sprawność rachunkową do rozwiązywania problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i interpretowanie informacji

3. Interpretuje oraz operuje informacjami przedstawionymi w różnych formach: tekstach matematycznych, popularnonaukowych, wykresach, diagramach i tabelach.
4. Postępuje się językiem matematycznym do tworzenia wypowiedzi matematycznych, w tym opisu rozumowań, uzasadniania wniosków oraz prezentacji danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

5. Postępuje się obiektami matematycznymi i prawidłowo interpretuje pojęcia matematyczne.
6. Dobiera i tworzy modele matematyczne do rozwiązywania problemów praktycznych i teoretycznych.

7. Konstruuje pomocnicze obiekty matematyczne w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
8. Potrafi wskazać konieczność lub możliwość modyfikacji modelu matematycznego, uwzględniając dodatkowe założenia, szczególne przypadki lub uwarunkowania.

IV. Rozumowanie i argumentacja

5. Prowadzi poprawne, także wieloetapowe rozumowania oraz odróżnia dowód od przykładu.
6. Rozpoznaje regularności, podobieństwa i analogie oraz potrafi na ich podstawie formułować i uzasadniać wnioski.
7. Dobiera adekwatne argumenty do uzasadnienia poprawności rozwiązania i buduje logiczny ciąg argumentów.
8. Tworzy i stosuje skuteczne strategie rozwiązywania zadań, również w sytuacjach nietypowych.

I Liczby rzeczywiste.

10. Poprawnie wykonuje działania na liczbach rzeczywistych: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie i logarytmowanie.
11. Przeprowadza proste dowody z zakresu podzielności liczb całkowitych oraz reszt z dzielenia, w tym:
 - dowodzi podzielność przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
 - uzasadnia, że liczba dająca resztę 3 przy dzieleniu przez 4 nie może być kwadratem liczby całkowitej.
12. Stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków nieparzystych z liczb ujemnych.
13. Stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.
14. Rozumie i stosuje monotoniczność potęgowania
15. Postępuje się pojęciem przedziału liczbowego oraz zaznacza przedziały na osi liczbowej.
16. Stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej oraz rozwiązuje równania z wartością bezwzględną.
17. Wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, m.in. do:
 - obliczania procentów składanych,
 - wyznaczania zysków z lokat i kosztów kredytów.
18. Stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem oraz postępuje się wzorami:
 - logarytm iloczynu
 - logarytm ilorazu,

- logarytm potęgi

II. Wyrażenia algebraiczne.

11. Stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu

Zakres podstawowy

6. Stosuje wzory skróconego mnożenia:

- $(a + b)^2$,
- $(a - b)^2$,
- $a^2 - b^2$.

7. Dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych.

8. Wyłącza wspólny czynnik (jednomian) przed nawias z sumy algebraicznej.

9. Mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.

III. Równania i nierówności

6. Przekształca równania i nierówności w sposób równoważny

7. Interpretuje równania i nierówności liniowe jako:

- sprzeczne,
- tożsamościowe.

8. Rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

9. Rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

10. Rozwiązuje równania wielomianowe $W(x) = 0$, dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej.

IV. Układy równań

4. Rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

5. Interpretuje geometrycznie układy równań jako:

- układy oznaczone (jedno rozwiązanie),
- układy nieoznaczone (nieskończenie wiele rozwiązań),
- układy sprzeczne (brak rozwiązania).

6. Stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.

V. Funkcje – zakres podstawowy

13. Rozumie pojęcie funkcji jako jednoznacznego przyporządkowania i potrafi je opisać:

- słownie,
- za pomocą tabeli wartości,

- wzoru (również złożonego z różnych wyrażeń na różnych przedziałach),
- graficznie (wykres).

14. Oblicza wartości funkcji zadanej wzorem algebraicznym dla podanych argumentów.

15. Odczytuje i interpretuje wartości funkcji zadanych:

- wzorem,
 - wykresem,
 - tabelą,
- również w sytuacjach wymagających analizy wielu źródeł jednocześnie.

16. Odczytuje z wykresu funkcji:

- dziedzinę,
- zbiór wartości,
- miejsca zerowe,
- przedziały monotoniczności,
- przedziały, w których funkcja spełnia nierówności względem zadanej,
- największe i najmniejsze wartości w przedziale domkniętym oraz odpowiadające im argumenty.

17. Interpretuje współczynniki we wzorze funkcji liniowej, w tym znaczenie współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego.

18. Wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie:

- wykresu,
- informacji o jej własnościach (np. punktów przecięcia z osiami, miejsca zerowego, przyrostów).

19. Szkicuje wykres funkcji kwadratowej danej wzorem.

20. Interpretuje współczynniki we wzorze funkcji kwadratowej zapisanej:

- w postaci ogólnej,
- kanonicznej,
- iloczynowej (jeśli istnieje).

21. Wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu lub informacji o miejscach zerowych, wierzchołku i punktach charakterystycznych.

22. Oblicza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w zadanym przedziale domkniętym.

23. Interpretuje funkcje liniowe i kwadratowe w kontekstach geometrycznych, fizycznych i praktycznych (np. analiza ruchu, optymalizacja, zadania ekonomiczne).

24. Przekształca wykres funkcji $y = f(x)$ w wyniku przesunięć wzdłuż osi:

- $y = f(x - a)$ – przesunięcie w prawo/lewo,
 - $y = f(x) + b$ – przesunięcie w górę/dół.
15. Posługuje się funkcją odwrotnie proporcjonalną $f(x) = ax$, $f(x) = \frac{a}{x}$, także przy analizie zagadnień praktycznych (np. czas–prędkość, praca–wydajność).
16. Stosuje funkcje wykładnicze i logarytmiczne oraz interpretuje ich wykresy w kontekstach praktycznych, takich jak:
- wzrosty i spadki wykładnicze,
 - obliczenia procentowe,
 - zadania dotyczące czasu połowicznego rozpadu, lokat, kredytów.

VI. Ciągi

8. Oblicza wyrazy ciągu zadanego wzorem ogólnym
9. Oblicza początkowe wyrazy ciągów zadanych rekurencyjnie
10. Rozpoznaje, czy dany ciąg jest rosnący, malejący lub stały, w prostych przypadkach.
11. Sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.
12. Stosuje wzory:
- na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego
 - na sumę n pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego
13. Stosuje wzory:
- na n -ty wyraz ciągu geometrycznego
 - na sumę n pierwszych wyrazów ciągu geometrycznego
14. Wykorzystuje właściwości ciągów arytmetycznych i geometrycznych do rozwiązywania zadań praktycznych i tekstowych, np. związanych z procentem składanym, ratami, wynagrodzeniami itp.

VII. Trygonometria

5. Zna i stosuje definicje funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens dla kątów w zakresie od 0° do 180° , w szczególności:
- wyznacza wartości dla kątów: 30° , 45° , 60° .
6. Posługuje się podstawowymi tożsamościami trygonometrycznymi
7. Stosuje:
- twierdzenie cosinusów,
 - wzór na pole trójkąta
8. Rozwiązuje trójkąty prostokątne – oblicza kąty i boki na podstawie dostępnych danych, także z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych.

VIII. Planimetria

13. Wyznacza:

- o promienie i średnice okręgów,
- o długości cięciw i stycznych, m.in. z tw. Pitagorasa.

14. Rozpoznaje trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne na podstawie długości boków:

- o stosuje twierdzenie odwrotne do Pitagorasa,
- o stosuje twierdzenie cosinusów,
- o zna relację: większy kąt $\rightarrow$ dłuższy bok.

15. Rozpoznaje wielokąty foremne i stosuje ich własności (kąty, symetrie, podział na trójkąty równoramienne itd.).

16. Analizuje własności figur: prostokąty, równoległoboki, romby, trapezy – kąty, przekątne, symetrie.

17. Stosuje własności kątów wpisanych i środkowych w okręgach.

18. Zna i stosuje wzory:

- o na pole wycinka koła,
- o na długość łuku okręgu.

19. Stosuje twierdzenie Talesa do wyznaczania proporcji w odcinkach i trójkątach.

20. Rozpoznaje i stosuje cechy podobieństwa trójkątów.

21. Wykorzystuje proporcje obwodów i pól figur podobnych.

22. Rozpoznaje i wykorzystuje punkty szczególne w trójkącie:

- o środek okręgu wpisanego,
- o środek okręgu opisanego,
- o ortocentrum,
- o środek ciężkości.

23. Przeprowadza dowody geometryczne.

24. Stosuje funkcje trygonometryczne do:

- o wyznaczania długości odcinków w figurach,
- o obliczania pól figur płaskich.

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej

6. Rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań (równoległe, przecinające się, pokrywające się) oraz potrafi wyznaczyć punkt przecięcia dwóch prostych, jeśli istnieje.

7. Postępuje się równaniami prostych w postaci:

- kierunkowej,
- ogólnej,
oraz wyznacza równanie prostej:
- przechodzącej przez dwa punkty,
- o danym współczynniku kierunkowym,
- równoległej do innej prostej.

8. Oblicza odległość między dwoma punktami w układzie współrzędnych.

9. Zna i stosuje równanie okręgu

10. Wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach:

- osiowych względem osi układu współrzędnych,
- środkowej względem początku układu.

X. Stereometria

7. Rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, m.in. proste prostopadłe nieprzecinające się.

8. Postępuje się pojęciami:

- kąt między prostą a płaszczyzną,
- kąt dwuścienny między półpłaszczyznami.

9. Identyfikuje i oblicza kąty między odcinkami i ścianami w:

- graniastostupach i ostrostupach (np. kąt między krawędzią a przekątną).

10. Oblicza kąty i odcinki w:

- walcach i stożkach (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą).

11. Oblicza:

- objętości i pola powierzchni graniastostupów, ostrostupów, walca, stożka i kuli,
- także z wykorzystaniem trygonometrii.

12. Zna zależność między objętościami brył podobnych.

XI. Kombinatoryka

3. Zlicza liczby obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych.

4. Stosuje:

- regułę mnożenia i dodawania (także łącznie),
- dla dowolnej liczby czynności

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

3. Oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym, czyli jako stosunek liczby zdarzeń sprzyjających do liczby wszystkich możliwych wyników (przy założeniu jednakowego prawdopodobieństwa każdego wyniku).
4. Oblicza:
 - średnią arytmetyczną oraz średnią ważoną dla zbioru danych,
 - medianę (wartość środkową),
 - dominantę (wartość najczęściej występującą).

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy

2. Rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne, w których funkcja celu ma postać funkcji kwadratowej, np. maksymalizacja zysku lub minimalizacja kosztu.